1. **Thuật toán bresenham vẽ đoạn thẳng**

**TH1 : 0<= m <= 1(Điều kiện x1 < x2)**

B1 : S(xi+1, yi) P(xi +1, yi +1)

B2 : Gọi Q(xi +1, m(xi +1) +b) thuộc đường thẳng

Nếu d1 < d2 => Chọn S, d1 >= d2 chọn P

d1 = y – yi = m(xi +1) + b – yi

d2 = (yi +1) – y = yi +1 – m(xi +1 ) – b

B3 : Xét hiệu D = d1 – d2

= [m(xi +1) + b – yi] – [yi +1 – m(xi +1 ) – b]

= 2mx1 – 2yi + 2m + 2b -1 => chậm do m => Xét dấu pi

Có : pi = Dx(d1 – d2)

= 2Dyxi – 2Dxyi + c với c = 2Dy + (2b -1)Dx

pi < 0 => chọn S, pi >= 0 chọn P

B4: Tìm công thức truy hồi

Ta có : pi+1 – pi = [2Dyxi+1 – 2Dxyi+1 + c ]

* [2Dyxi – 2Dxyi + c ]

= 2Dy + 2(yi+1 - yi) => pi+1 = pi + 2Dy + 2Dx(yi+1 - yi)

Nếu pi < 0 => chọn S => pi+1 = 2Dy

Nếu pi >= 0 => chọn P => pi+1 = 2(Dy - Dx)

B5 : Xác định p1

p1 = 2Dyx1 – 2Dxy1 + 2Dy+ 2bDx – Dx

* 2(Dyx1 – Dx(y1 -b)) + 2Dy -Dx
* Mà y1 = Dy/Dx(x1) -b => p1 = 2(Dy - Dx)

**TH2 : m > 1 (y1 < y2)**

B1 : S(xi , yi +1) P(xi +1, yi +1)

B2 : Gọi Q((yi +1 -b)/m , yi +1) là điểm thuộc đường thẳng

Nếu d1 = SQ < d2 = QP, chọn S, d1 >= d2 chọn P

B3 : Xét D = d1 – d2

d1 = x – xi = (yi +1 -b)/m – xi

d2 = (xi +1) – x = xi+1 - ((yi +1 -b)/m)

D = [(yi +1 -b)/m – xi] – [xi+1 - ((yi +1 -b)/m)

]

= yi/m + 1/m -b/m - xi - xi -1 + yi/m +1/m -b/m

= 2yi/m – 2xi +2/m -2b/m -1 => chậm =>

Xét pi = Dy(d1-d2)

2Dxyi – 2Dyxi +c với c = 2Dx -2bDx -Dy

Nếu pi < 0 chọn S, pi >= 0, chọn P

B4 :

pi+1 – p­i

= [2Dxyi+1 – 2Dyxi+1 +c] – [2Dxyi – 2Dyxi +c]

= 2Dx – 2Dy(xi+1 - xi)

Nếu pi < 0 chọn S => pi+1 = ***2Dx***

Nếu pi >= 0 chọn P => pi+1 = ***2(Dx – Dy)***

B5 : tìm p1

p1 = 2Dxy1 – 2Dyx1 - 2Dx -2bDx -Dy

= 2(-Dyx1 + Dx(y1 - b)) + 2Dx – Dy

= **2Dx – Dy**

( vì x1 = (y1 - b)/m )

**TH3 : 0 <= m <= -1 (x1 > x2)**

B1 : S(xi - 1, yi) P(xi - 1, yi + 1)

B2 : Gọi Q(xi - 1, m(xi - 1) +b)

Nếu d1 = SQ < d2 = QP chọn S, d1 >= d2 chọn P

d1 = yi +1 – y = yi +1 – m(xi -1) - b

d2 = y – yi = m(xi -1) + b – yi

B3 : D = d1 – d2 = -2mxi + 2yi + 2m – 2b + 1

* chậm do m => Xét dấu pi

pi = Dx(d1 – d2)

= -2Dyxi + 2Dxyi +c với c = -2bDx + 2mDy + Dx

pi < 0 chọn S, pi >= 0 chọn P

B4 : Công thức truy hồi

pi+1 – pi

= [-2Dyxi+1 + 2Dxyi+1 + c] - [-2Dyxi + 2Dxyi + c]

= 2Dy + 2Dx(yi+1 - yi)

Nếu pi < 0 chọn S => pi+1 = pi + 2Dy

Nếu pi >= 0 chọn P => pi+1 = pi + 2(Dx + Dy)

B5 : Tìm p1

p1 = -2Dyx1 + 2Dxy1 -2bDx + 2Dy + Dx

= 2Dy + Dx

**TH4 : m < -1 (y1 < y2)**

B1 : S(xi , yi + 1) P(xi - 1 , yi + 1)

B2 : Gọi Q((yi + 1 - b)/m, yi + 1) thuộc đường thẳng

B3 : Nếu d1 = SQ < d2 = QP chọn S, d1 >= d2 chọn P

d1 = x – xi = (yi + 1 - b)/m - xi

d2 = xi + 1 – x = xi + 1 - (yi + 1 - b)/m

B4 : Xét D = d1 – d2

= yi/m + 1/m – b/m – xi – xi - 1 + yi/m + 1/m -b/m

= 2yi/m – 2xi -2b/m + 2/m - 1 => chậm do m

* xét dấu pi

Ta có : pi = Dy(d1 – d2)

= 2Dxyi - 2Dyxi + c với c = – 2bDx + 2Dx - Dy

B4 : tìm công thức truy hồi

pi+1 – pi = [2Dxyi+1 - 2Dyxi+1 + c] – [2Dxyi - 2Dyxi + c]

= 2Dx - 2Dy(xi+1 - xi)

Nếu pi < 0 chọn S => pi+1 = pi + 2Dx

Nếu p­I >= 0 chọn P => pi+1 = pi + 2Dx + 2Dy

B5 : tìm p1

Ta có : p1 = 2Dxy1 – 2Dyx1 – 2bDx + 2Dx - Dy

= 2Dx - Dy

1. **Thuật toán MidPoint vẽ đoạn thẳng**

**TH1 : 0<= m <= 1 (x1 < x2)**

B1 : S(xi+1; yi) P(xi+1; yi+1)

B2 : Midpoint(xi+1 ; yi+1/2)

B3 : Xét dấu pi: pi<0 chọn S, pi >= 0 chọn P

B4 : xác định công thức truy hồi cho pi dựa vào hiệu (pi+1) – pi

= 2[A(xi+1+1)+B(yi+1+1/2)] - 2[A(xi+1)+B(yi+1/2)]

= 2 A(xi+1+1) -2A(xi+1)+2B(yi+1+1/2) -2B(yi+1/2)

2A + 2B(yi+1-yi) = 2Dy-2Dx(yi+1-yi)

* pi+1 = pi + 2Dy-2Dx(yi+1-yi)

Nếu pi < 0 => chọn S => pi += ***2Dy***

Nếu pi >=0 => chọn p => ***2Dy-2Dx***

B5 : Tính p1

p1 = 2F(x1+1, y1+1/2) = 2(A(x1+1)) + 2B(y1+1/2) + 2C

= 2(Ax1 + By1 + 2C) + 2A+ B = ***2Dy – Dx***

**TH 2 : m > 1 (y1 < y2)**

B1 : S(xi, yi +1), P(xi +1, yi+1)

B2 : Midpoint = (xi+1/2; yi+1)

B3 : pi < 0 Chọn S, pi >= 0 Chọn P

B4 : (pi+1) – pi =

2[A(xi+1+1/2)+B(yi+1+1) + C] - 2[A(xi+1/2)+B(yi+1) + C]

= 2B + 2A(xi+1 – xi)

= -2Dx +2Dy(xi+1 – xi)

Nếu pi < 0 => chọn S => pi += -2Dx

Nếu pi >=0 => chọn P => pi=> -2Dx+2Dy

B5 :

p1 = 2F(x1+1/2, y1+1) = 2(A(x1+1/2)) + 2B(y1+1) + 2C

= 2(Ax1 + By1 +C) + A + 2B = Dy – 2Dx

**TH3 : 0 <= m <= -1 (x1 < x2)**

B1 : S(xi + 1 , yi) P(xi + 1; yi-1)

B2 : Midpoint(xi + 1, yi – 1/2)

B3 : Nếu pi < 0 Chọn P , pi >=0 chọn S

B4 : (pi+1) – pi

= 2[A(xi+1+1)+B(yi+1-1/2) + C] –

2[A(xi+1)+B(yi-1/2) + C]

= 2A - 2B(yi+1 – yi)

Nếu pi < 0 chọn P => pi+1 = ***2(Dx + Dy)***

Nếu pi >= 0 chọn S => ***2Dy***

B5 : p1 = 2F(x1+1, y1-1/2) = 2(A(x1+1)) + 2B(y1-1/2) + 2C

= 2(Ax1 + By1 + C) + 2A - B = ***2Dy + Dx***

**TH 4 : m < -1 (y1 > y2)**

B1 : S(xi, yi-1) P(xi+1; yi-1)

B2 : Midpoint(xi + 1/2, yi - 1)

B3 : Nếu pi < 0 Chọn S, pi >=0 chọn P

B4 : (pi+1) – pi

= 2[A(xi+1+1/2)+B(yi+1-1) + C] –

2[A(xi+1/2)+B(yi-1) + C]

= 2A(xi+1 - Xi ) - 2B

Nếu pi < 0 chọn S => pi+1 = ***2Dx***

Nếu pi >= 0 chọn P => ***2(Dx + Dy)***

B5 : p1 = 2F(x1+1/2, y1-1) = 2(A(x1+1/2)) + 2B(y1-1) + 2C

= 2(Ax1 + By1 + C) + A - 2B = ***2Dx + Dy***

**3. Thuật toán vẽ đường tròn**

Vẽ trên cung 1/8 và lấy đối xứng qua các điêm (x, y) (y, x), (-x, y), (-y, x)

(x, -y), (y, -x), (-x, -y), (-y, -x)

**Bresenham :**

B1 : điểm vẽ kế tiếp S(xi +1 , yi) , P(xi +1, yi -1)

B2 : giá trị y thuộc đường tròn tương ứng xi :

y2 = r2 – (xi +1)2

d1 = yi2 – y2 = SP

= yi2 - r2 + (xi +1)2

d2 = y2 – (yi – 1)2

= r2 – (xi +1)2 – (yi – 1)2

Xét pi = d1 – d2

= [yi2 - r2 + (xi +1)2 ] – [r2 – (xi +1)2 – (yi – 1)2

]

= 2(xi +1)2 + yi2 + (yi – 1)2 – 2r2

B3 : tìm pi+1

Có pi+1 - pi

= [2(xi+1 +1)2 + yi+12 + (yi+1 – 1)2 – 2r2]

* [2(xi +1)2 + yi2 + (yi – 1)2 – 2r2]

= [2xi+12 + 4xi+1+ 2 + yi+12 + yi+12 - 2yi+1+1]

* [2xi2+ 4xi +2 + yi2+ yi2 - 2yi+1 ]

= 4xi + 6 + 2(yi+12 – yi2) – 2(yi+1 – yi)

Nếu pi< 0 => chọn S => pi+1= pi+ 4xi + 6

Nếu pi>= 0 => chọn P => pi+1= pi+ 4(xi– yi) + 10

B5: tìm p1

Điểm vẽ đầu tiên (0, r)

p1 = 2(x1 +1)2 + y12 + (y1 -1)2 – 2r2

= 2 + r2 +(r -1)2 – 2r2 = 3 – 2r

**Midpoint :**

B1 : điểm vẽ kế tiếp S(xi +1 , yi) , P(xi +1, yi -1)

B2 : Tọa độ midpoint(xi +1, yi – 1/2)

B3 : Ta có : pi = F(midpoint)

= (xi +1)2 + (yi – 1/2)2 – r2

Nếu pi < 0 => midpoint nằm trong đường tròn => chọn S

Nếu pi>= 0 => => midpoint nằm ngoài hoặc trên đường tròn => chọn P

B4 : tìm pi+1

Ta có : pi+1– pi

=[(xi+1 +1)2 + (yi+1 – 1/2)2 – r2] – [(xi +1)2 + (yi – 1/2)2 – r2

]

= 2xi + 3 + (yi+12 – yi2) – (yi+1 – yi)

Nếu pi < 0 => chọn S => pi+1= 2xi +3

Nếu pi >= 0 => chọn P => pi+1= 2(xi – yi) +5

B5 : tìm p1

p1 = (x1 +1)2 + (y1 – 1/2)2 – r2 với điểm vẽ đầu tiên (0, r)

* p1 = 5/4 - r

**4. Thuật toán vẽ elip**

Đối với elip, vẽ trên cung ¼ và lấy đối xứng qua các điểm vẽ (x,y), (-x, y), (x, -y), (-x, -y)

**Thuật toán bresenham**

B1 : Xác định tọa độ tiếp điểm Q(x0, yo)

B2 : Xét trên 2 nhánh vẽ

Đối với nhánh 1(từ (0, b)) đến Q

B2.1 : Xác định S(xi +1, yi), P(xi +1, yi - 1)

B2.2 : Đặt: d1 = yi2 - y2 = yi2 + .(xi +1)2 -b2  
d  
2 = y2 - (yi -1)2 = - .(xi +1)2 + b2 - (yi -1)2  
pi = d1 - d2 = 2.[ .(xi +1)2 - b2] + 2.(yi2 - yi) +1  
pi+1= 2.[ .(xi+1 +1)2 - b2] + 2.(yi+12 - yi+1) +1

pi+1 - pi = 2. .[(xi+1 +1)2 - (xi +1)2] + 2.( yi+12 - yi2 - yi+1 + yi)  
=> pi+1 = pi +2. .[(xi+1 +1)2 - (xi +1)2] + 2.( yi+12 - yi2 - yi+1 + yi)

B2.3.

pi < 0: Chọn yi+1 = yi

=> pi+1 = pi + 2. .(2xi + 3)

ngược lại: Chọn yi+1 = yi -1

* pi+1 = pi + 2. .(2xi + 3) – 4(1-yi)

B2.4 : tìm p1

p1 = 2(b2/a2)2b +1

Đối với nhánh 2(từ Q đến (a, 0)

Tương tự, ta có: pi+1 = pi +2. .[(yi+1 +1)2 - (yi +1)2] + 2.( xi+12 - xi2 - xi+1 + xi)

Vậy:

pi < 0: Chọn xi+1 = xi

 pi+1 = pi + 2. .(2y + 3)

pi  0: Chọn xi+1 = xi -1

 pi+1 = pi + 2. .(2y + 3) – 4(1-xi)

Điểm đầu tiên (a,0), ta có: p1 = 2 – 2a + 1

**Thuật toán Midpoint**

B1 : Xác định tọa độ tiếp điểm Q(x0, yo)

B2 : Xét trên 2 nhánh vẽ

Đối với nhánh 1(từ (0, b)) đến Q

B2.1 : Xác định S(xi +1, yi), P(xi +1, yi - 1)

B2.2 : Tọa độ midpoint(xi +1, yi -1/2)

B2.3 : Xét pi = F(midpoint)

= b2(xi +1) + a(yi -1/2) – a2b2

Nếu pi<0 => midpoint nằm trong đường tròn => chọn S

Nếu pi >= 0 => midpoint nằm ngoài hoặc trên đường tròn => chọn P

B2.4 : Tìm pi+1

Ta có : pi+1 – pi

= [b2(xi +1) + a(yi -1/2) – a2b2] – [b2(xi +1) + a(yi -1/2) – a2b2]

= pi + (2xi +3)b2 + a2[(yi+1– 1/2)2 – (yi – 1/2)2]

Nếu pi < 0 chọn S => pi+1 = pi + (2xi +3)b2

ngược lại chọn P => pi+1 = pi + (2xi +3)b2 – 2a2(yi -1)

B5 : tìm p1 tại (0, b)

p1 = b2 + a(b-1/2) – a2b2= b2 – a2b + a2 /4

Đối với nhánh 2(từ Q đến (a, 0)

tương tự nhánh 1,

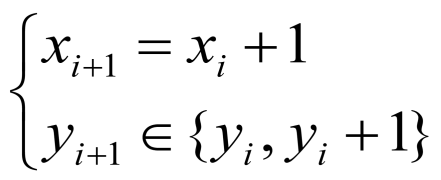
tính được, qi+1= qi + (2yi +3)\* a2 nếu qi<0  
qi+1= qi + (2yi +3)\* a2-2b2(xi-1) nếu qi≥0

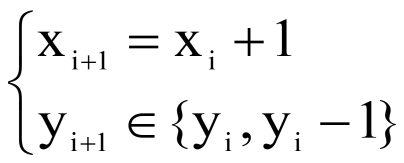
Tính q1 tại (a,0): q1 = a2- ab2 +b2/4

**5. Thuật toán vẽ đường cong bất kỳ**

B1 : rút gọn đường cong dựa vào dáng điệu

B2 : Xét đạo hàm của đường cong f(x)

Nếu 0 <= f’(x) <= 1 chọn 

ngược -1 <= f’(x) <= 0 chọn 

B3 : Xác định dấu pi

B4 : tìm pi+1

B5 : Tính p1